

Studiul poziției a două parabole

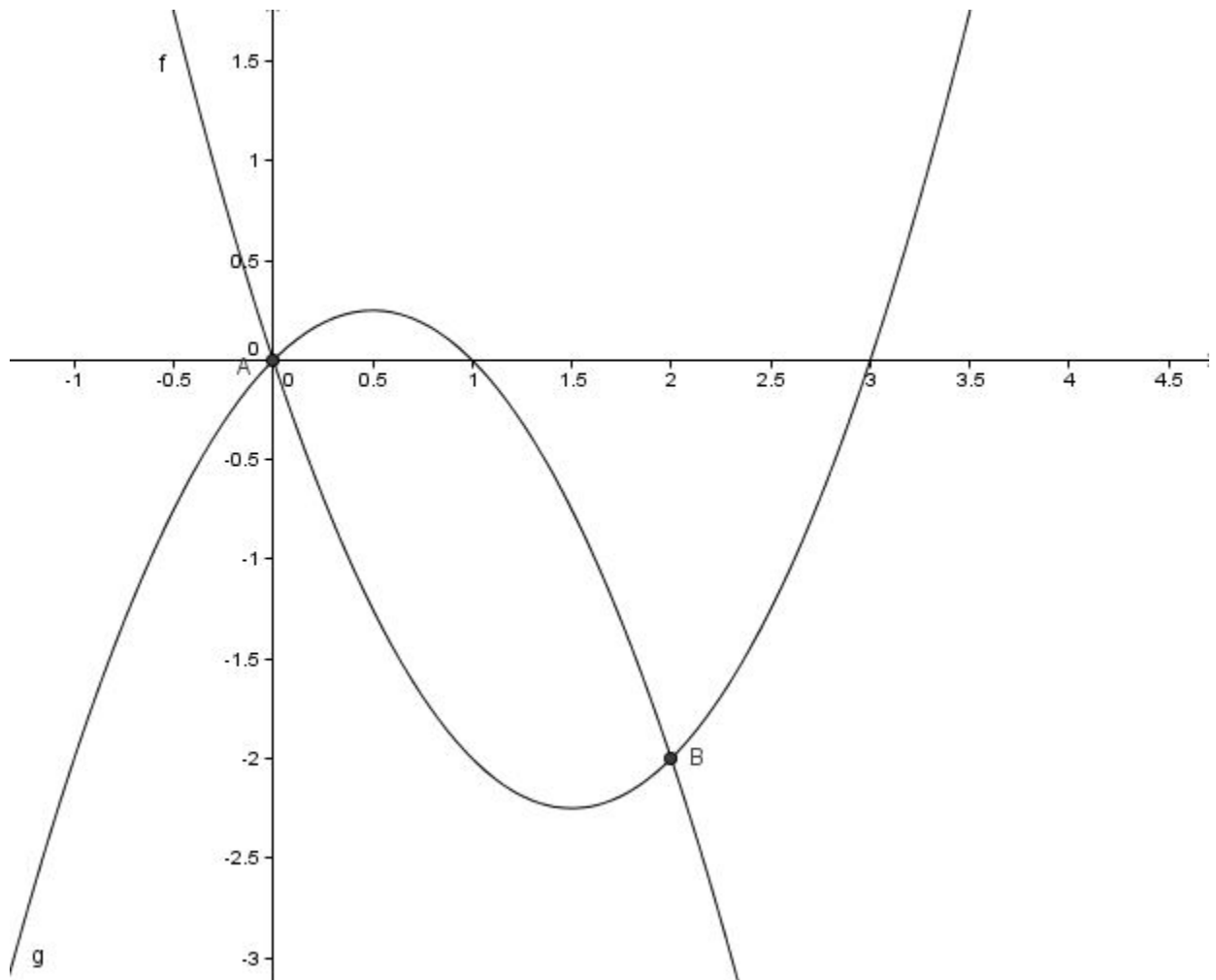
Exerciții de la pag 169 - Manual pentru clasa a IX – a Mircea Ganga

Ex 1. Studiați poziția parabolilor asociate funcțiilor $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 3x$ și
 $g: R \rightarrow R, g(x) = -x^2 + x$

Soluție

Pentru a stabili dacă cele două parabole au puncte comune se rezolvă sistemul format din ecuațiile celor două parabole

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 3x \\ g(x) = -x^2 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 3x \\ y = -x^2 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 3x \\ 2x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot (x - 2) = 0 \\ y = x^2 - 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$



$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow G_f \cap G_g = \{O(0,0), B(2,2)\} \Rightarrow \text{cele două parabole au două puncte comune,}$$

programul GEOGEBRA a identificat aceleași soluții.

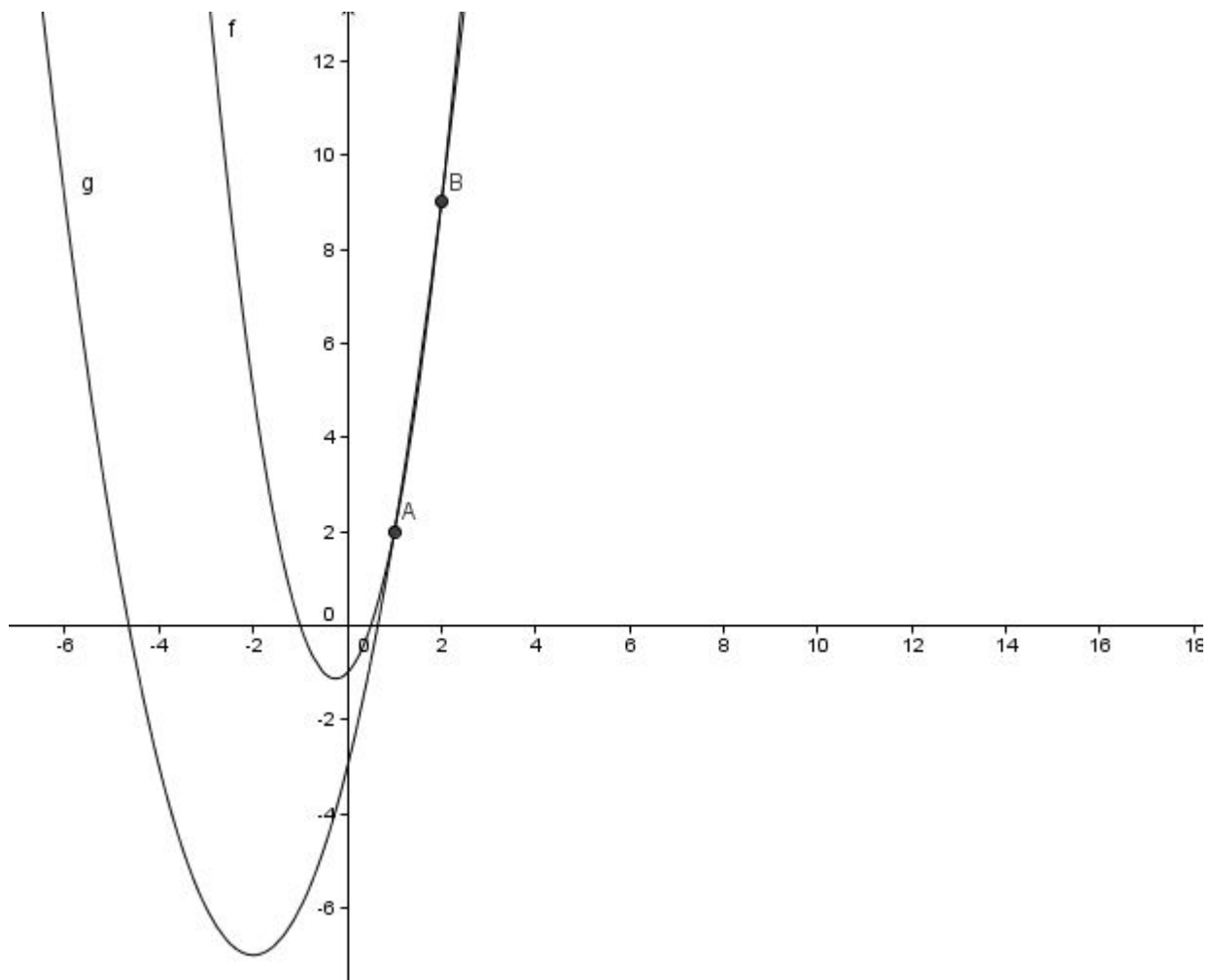
Ex 2. Studiați poziția parabolilor asociate funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + x - 1$ și
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 4x - 3$

Soluție

Se rezolvă sistemul format din ecuațiile celor două parabole

$$\begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ y = x^2 + 4x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ 2x^2 + x - 1 = x^2 + 4x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 9 \end{cases} \Rightarrow G_f \cap G_g = \{A(1, 2), B(2, 9)\} \Rightarrow \text{cele două parabole au 2 puncte comune.}$$

Soluția dată de programul GEOGEBRA este:



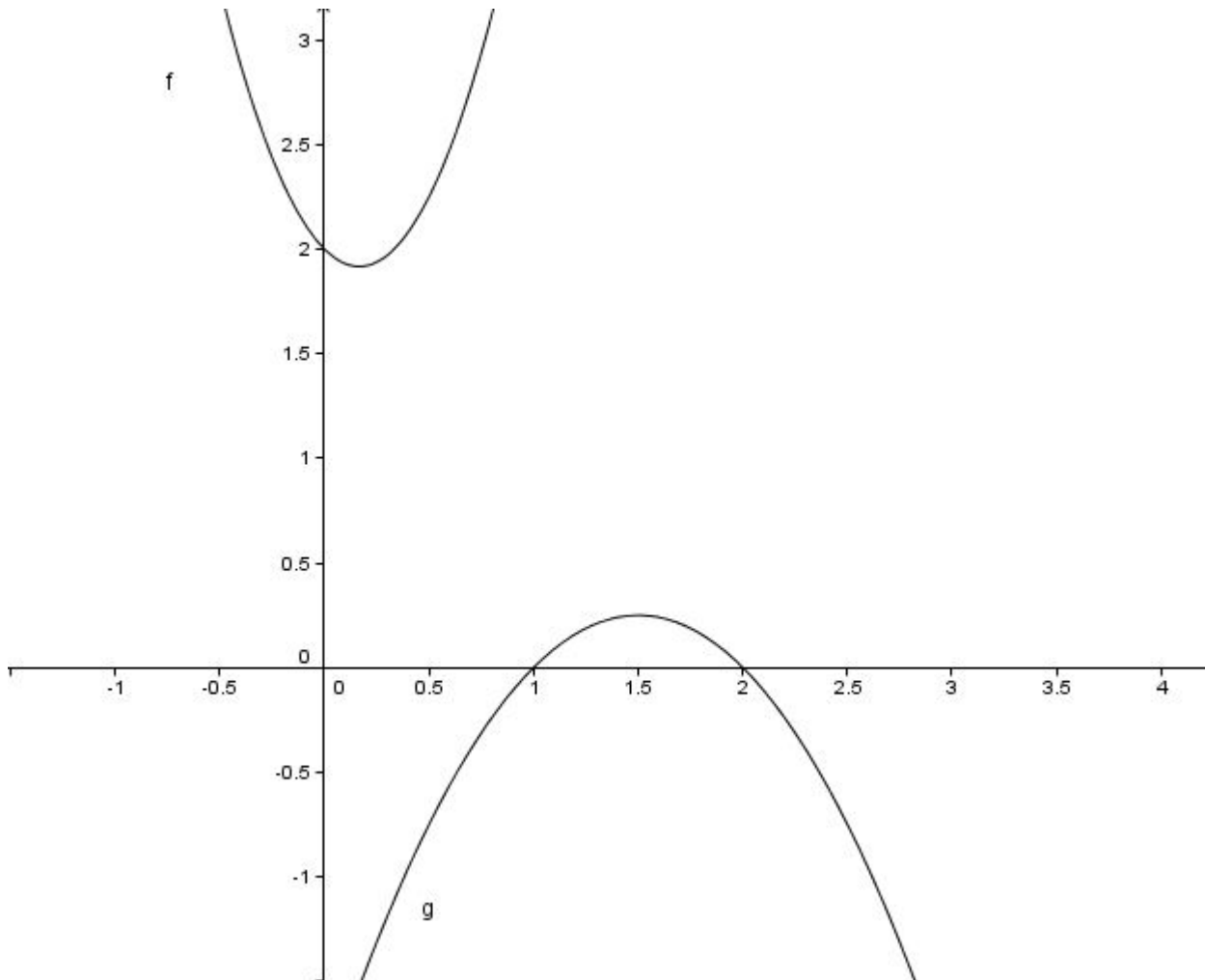
Ex3. Studiați poziția parabolilor asociate funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - x + 2$ și
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x^2 + 3x - 2$

Soluție

Se rezolvă sistemul format din ecuațiile celor două parabole

$$\begin{cases} y = 3x^2 - x + 2 \\ y = -x^2 + 3x - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x^2 - x + 2 \\ 3x^2 - x + 2 = -x^2 + 3x - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x^2 - x + 2 \\ 4x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

Deoarece ecuația $4x^2 - 4x + 4 = 0$ nu are soluții reale $\Delta < 0 \Rightarrow G_f \cap G_g = \{\Phi\}$
celor două parabole nu au puncte comune



Soluția identificată cu programul GEOGEBRA este evident aceeași.

Ex 3 Studiați poziția parabolilor asociate funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 2x - 2$ și
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x^2 + 2x - 3$

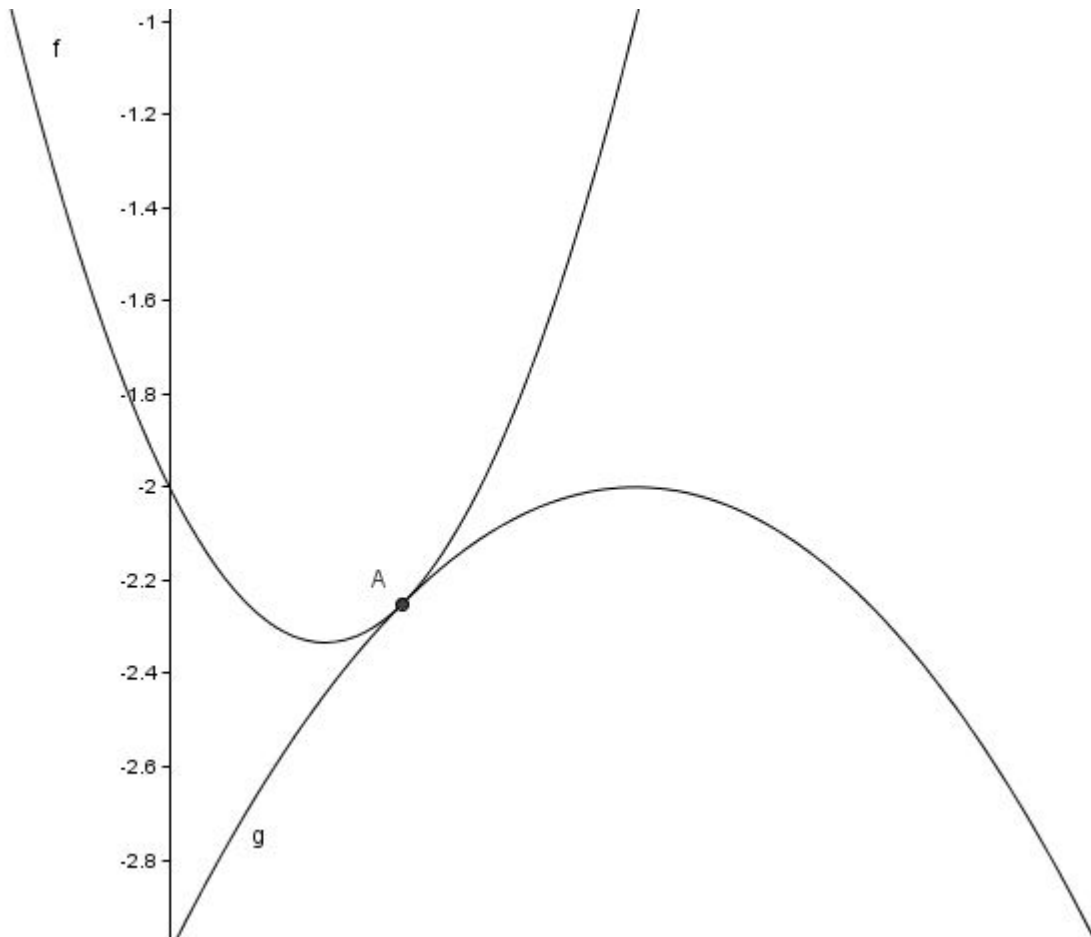
Soluție

Se rezolvă sistemul format din ecuațiile celor două parabole

$$\begin{cases} y = 3x^2 - 2x - 2 \\ y = -x^2 + 2x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x^2 - 2x - 2 \\ 3x^2 - 2x - 2 = -x^2 + 2x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x^2 - x + 2 \\ 4x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Ecuația $4x^2 - 4x + 1 = 0$ are soluții reale egale $\Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{9}{4}$

$\Rightarrow G_f \cap G_g = \left\{ A\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right) \right\}$ celor două parabole sunt tangente.



Soluția identificată cu programul GEOGEBRA $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$.

Ex 4 Studiați poziția parabolilor asociate funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - x + 1$ și
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + x$

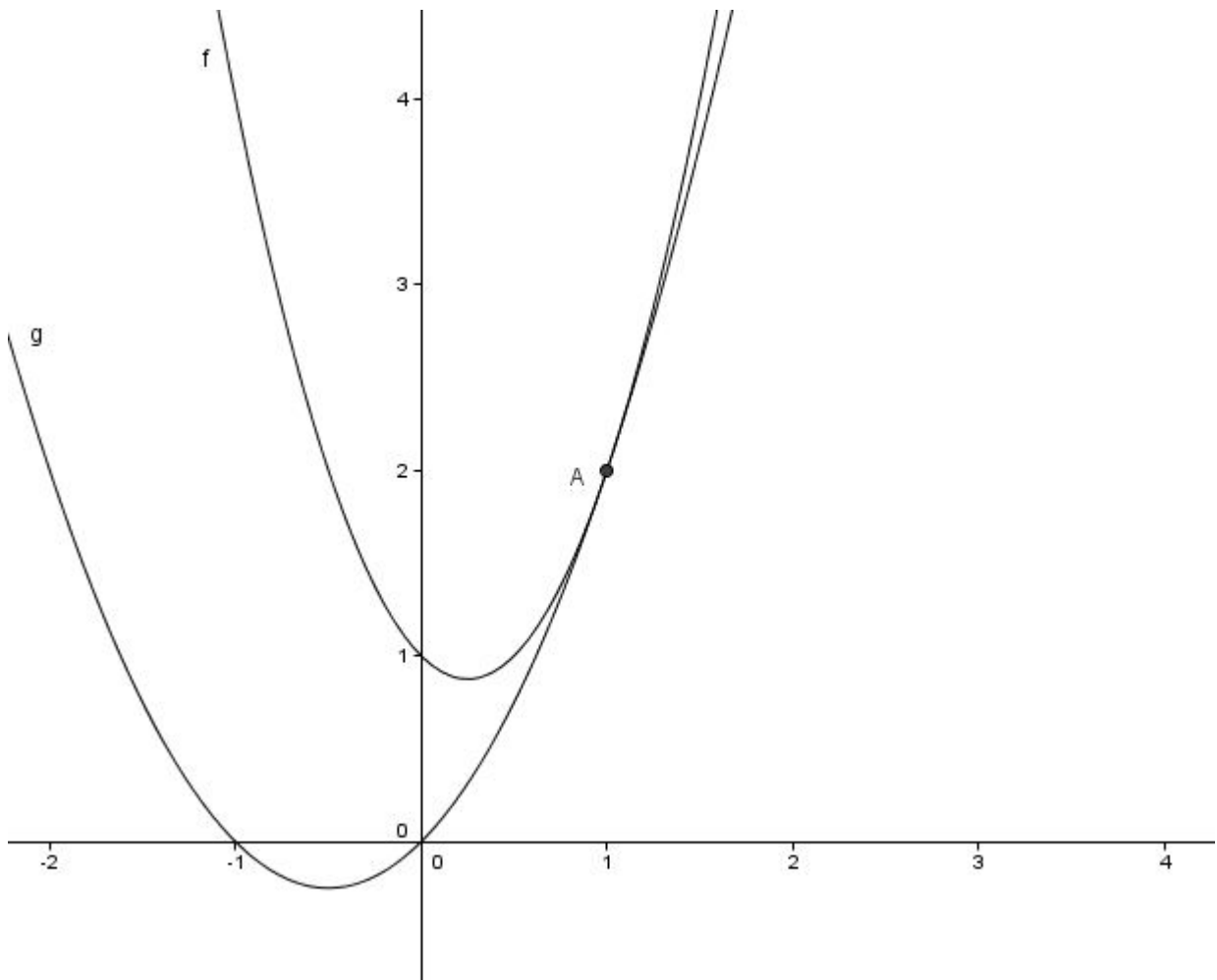
Soluție

Se rezolvă sistemul format din ecuațiile celor două parabole

$$\begin{cases} y = 2x^2 - x + 1 \\ y = x^2 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x^2 - x + 1 \\ 2x^2 - x + 1 = x^2 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x^2 - x + 1 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

Deoarece ecuația $x^2 - 2x + 1 = 0$ are soluție reală dublă $\Delta = 0$ $x_1 = x_2 = 1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow$

$G_f \cap G_g = \{A(1, 2)\}$ cele două parabole au un singur punct comun.



$G_f \cap G_g = \{A(1, 2)\}$ este soluția identificată și cu programul GEOGEBRA.

prof. coordonator Adriana Petrovici